

## 2. Recta de regressió

### Objectius

- Veure la importància de la representació gràfica a l'experimentació.
- Ajustar un núvol de punts que s'agrupa al voltant d'una recta.
- Fer servir l'ordinador o la calculadora per determinar la recta de regressió.

### Introducció

En una experiència per verificar o obtenir una llei física que relacioni dues magnituds (per exemple, la força aplicada sobre una molla i l'allargament que s'obté) cal variar la magnitud que podem canviar a voluntat nostra (variable independent, la força) i veure com varia l'altra (variable dependent, l'allargament) mantenint constant qualsevol altra magnitud que pugui alterar les magnituds que s'estudien.

El resultat de l'experiència es recull en una **taula de dades experimentals** que indica la relació existent entre ambdues magnituds.

Per obtenir una informació més intuïtiva i assequible és usual realitzar **la gràfica** de les dades obtenint un núvol de punts. Els punts del núvol, a causa d'errors, no estaran sobre una corba suau però normalment s'agruparan al voltant d'una corba "mitjana" o corba d'ajustament.

Finalment, si es pot, s'obté una **expressió matemàtica de la corba**. Expressió que dona la relació entre les dues variables que s'estudien en l'experiment.

### Material

- Paper mil·limetrat
- Regle de plàstic

- Programa de tractament de gràfics i ordinador

### Procediment

#### Preparació de la gràfica

Fixa't amb les variables, la que és pot controlar, variable independent, la representaràs sobre l'eix d'abscisses ( $x$ ), i la dependent sobre l'eix d'ordenades ( $y$ ).

Pren el full de paper mil·limetrat i dibuixa els eixos. Per aprofitar el paper, les escales i els seus orígens s'han de prendre de manera que el núvol de punts ha d'anar d'un extrem del full a l'altra. Si la recta és creixent han de quedar situats aproximadament en diagonal. En aquest sentit, l'origen de la gràfica no ha de correspondre als valors nuls de les variables ( $x=0$  i  $y=0$ ), sinó als valors més baixos de la taula.

Les divisions de l'escala han de ser simples (numèricament parlant). Per exemple no és admissible prendre com a escala 0,3 ni 2,58, però sí 250 o  $5 \cdot 10^{-4}$ . Això facilita la col·locació dels punts i la seva lectura posterior.

Cal etiquetar els eixos amb el nom de la magnitud i amb la unitat emprada.

Els punts s'indiquen amb creus, cercles o rectangles, i no amb punts geomètrics, ja que aquests poden ser xafats per la corba d'ajustament.

## Representació del núvol de punts

Representa els punts de la gràfica i observa el núvol.

El núvol, en general, ens permet:

- veure si els punts s'agrupen al voltant d'una corba. En aquest cas una recta;
- veure si l'agrupació és molt compacte o dispersa;
- veure si la corba és monòtona creixent, decreixent, amb un màxim, amb diversos màxims i mínims, oscil·lant, etc.
- detectar les mesures que poden ser errònies (els punts que s'allunyen del núvol);
- **extrapolar** les mesures, és a dir allargar la corba cap a la dreta o cap a l'esquerra;
- interpolar fàcilment dins de la corba.

Uneix els punts mitjançant una corba suau (corba d'ajustament), mai amb traces rectes fent ziga-zaga. Si un punt s'allunya considerablement de la corba es probable que s'hagi comès algun error de mesura, o en la transcripció. Es refusa el punt i es repeteix, si és possible, la mesura.

## Ajustament del núvol i determinació gràfica de la recta d'ajustament

1. Dibuixa una recta que passi al més a prop possible de la majoria dels punts (recta d'ajustament).
2. Sobre aquesta recta tria dos punts  $P(x_1, y_1)$  i  $Q(x_2, y_2)$ , prop dels extrems del segment de recta que has dibuixat.

Els valors de  $a$  i  $b$  els determinem a partir de les coordenades dels punts:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad b = y_1 - a x_1$$

3. Escribe l'equació de la recta :

$$y = ax + b$$

## Determinació matemàtica de la recta d'ajustament

Per a determinar  $a$  i  $b$  matemàticament s'utilitza el "**mètode de mínims quadrats**". Aquest mètode és molt llarg i complicat. És millor determinar-los amb l'ajut d'una calculadora o bé d'un programa informàtic. D'aquesta operació se'n diu calcular la "**recta de regressió**".

Tant els ordinadors com les calculadores ens donen un coeficient  $r$ , anomenat **coeficient de correlació**. De manera que :

Quan  $|r| > 0,98$  els punts es poden aproximar a una recta

Quan  $|r| < 0,98$  els punts no es poden aproximar a una recta.

### Exercicis:

1. En una experiència de laboratori es deixa caure verticalment una pilota de goma de 50 g sense velocitat inicial des d'una alçada  $h$  i es mesura l'alçada  $h'$  a la qual puja després de rebotar a terra. La taula de resultats és:

<b>h /cm</b>	200.0	175.0	150.0	125.0	100.0	75.0
<b>h'/cm</b>	184.6	120.6	138.3	115.8	92.2	69.2

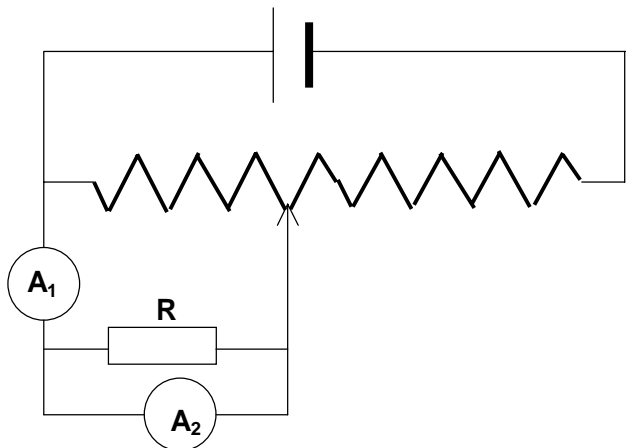
- a) Representa, en paper mil·limetrat, les parelles de punts per veure com varia  $h'$  enfront d' $h$ .

- b) Refusaries alguna de les dades? Per què?
- c) Fes la linealització a ull i calcula el pendent de la recta. Quines unitats té?
- d) Fes la linealització amb l'ordinador i compara els resultats.
- e) Fent ús dels resultats de l'apartat d) escriu una fórmula per calcular el rebot  $h'$  des de qualsevol alçada  $h$ .

2. Una estudiant ha investigat com es comprimeix una goma que té una alçada ( $h$ ) quan es posa a sobre seu masses de diferents pesos ( $p$ ). Els resultats obtinguts són:

<b>p/N</b>	0	5.0	10.0	15.0	20.0
<b>h/mm</b>	2.55	2.45	2.40	2.30	2.25

- a) Representa, en un paper mil·limetrat, les parelles de valors per tal de veure com varia  $h$  en funció de  $p$ .
  - b) Fes la linealització a ull i calcula el pendent de la recta. Quines unitats té?
  - c) Fes la linealització amb l'ordinador i compara els resultats.
  - d) Fent ús dels resultats de l'apartat c) escriu una fórmula per calcular quina serà l'alçada  $h$  esperada per a un determinat pes? És sempre vàlida l'extrapolació?
3. Per mesurar la resistència elèctrica d'un element  $R$  s'ha fet el muntatge de la figura i els resultats obtinguts són els de la taula adjunta.



<b>I (mA)</b>	<b>V(V)</b>
7,5	0,49
15	0,99
22,5	1,48
30	2,01
36	2,41
47,5	3,12
52	3,39

- a) Dels aparells  $A_1$  i  $A_2$ , quin serà el voltímetre i quin l'amperímetre? Per què?
- b) Representa en paper mil·limetrat  $V$  respecte a  $I$ . Fes la linealització a ull i calcula el pendent de la recta. Quina magnitud és i quines unitats té?
- c) Fes la linealització amb l'ordinador i compara els resultats.
- d) Quant val la resistència d' $R$ ?