Quantes formes hi ha de cordar unes sabates?

Us heu preguntat mai, quantes formes hi ha de cordar-se unes sabates? Una? Dues? ...

Doncs hi ha moltíssimes!

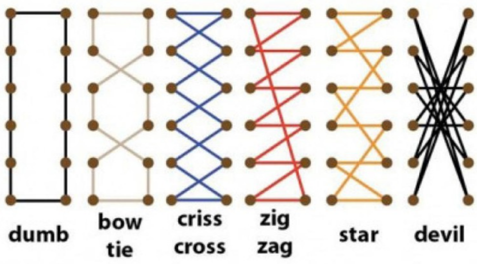
Per analitzar la situació considerarem unes sabatilles esportives estàndard amb sis parells de traus:

Tenim 12 forats a escollir per començar a passar el cordó (6 a cada banda) i a més ho podem fer cap a dins o cap a fora, per tant tenim 24 possibilitats diferents per començar a cordar.

A continuació podem triar entre els 11 forats que queden lliures i a més ho podem fer cap a dins o cap a fora per tant tenim 22 possibilitats.

Si seguim el mateix procediment, per la tercera tria tindríem 20 possibilitats i així continuaríem fins arribar al darrer forat on només podríem passar cap a dins o cap a fora.

Per tant tenim 24 x 22 x 20 x 18 x 16 x 14 x 12 x 10 x 8 x 6 x 4 x 2 = 1.961.990.553.600 combinacions.



En realitat el número de combinacions és més petit doncs hi ha parells simètrics (es comença per la dreta o per l'esquerra), i molts que pràcticament són iguals (passat el cordó per dalt o per sota), per tant podem dividir el número total de combinacions entre 4.

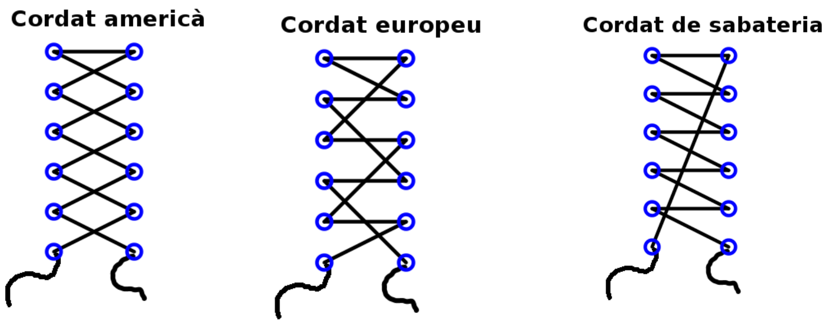
Clarament quan cordem les sabates ho fem seguint unes pautes establertes:

1. Comencem i acabem al parell de traus superiors.
2. Passem alternativament de la filera dreta a l'esquerra sempre en la mateixa direcció.
3. L'entramat ha de ser estable i agradable a la vista.

Burkard Polster un matemàtic australià va calcular que amb aquestes restriccions les possibilitats es redueixen a 43.200.

►Considerant únicament les dos primeres condicions calculeu de quantes maneres diferents es poden cordar unes sabates de 6 parells de traus.

Tradicionalment hi ha tres formes de cordar unes sabates:



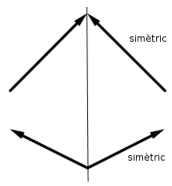
Si anomenem **n** = número de parell de traus

d= distància entre dos traus successius

g= separació entre traus corresponents a dreta i esquerra

Per saber quin tipus de cordat utilitza menys cordó i quin més farem una demostració geomètrica. Per tal de poder comparar els tres tipus de cordat dividirem el cordó de cadascun en tants trossos com segments observem que van d'un trau a un altre.

Situem els traus de la nostra sabata als vèrtex d'una quadrícula, d'aquesta manera cada tros l'identifiquem amb un segment d'una longitud i una inclinació determinada i el podem associar a un vector que va del punt més baix al més alt.



Recordem que 2 vectors són iguals si tenen mateixa longitud, direcció i sentit.

Direm que dos vectors són *simètrics* si existeix una recta vertical que fa d'eix de simetria tal com es mostra a la figura.

►Si n=6 i d diferent de g, quants vectors diferents no simètrics té el cordat americà? I l'europeu? I el de sabateria? (Per contestar aquestes preguntes només cal fixar-se a les imatges dels tipus de cordat)

►Si assignem un tipus a cada vector, compteu quants vectors de cada tipus hi ha i ompliu la taula següent:

Forma del vector		sabateria	europeu	americà
	Tipus 1			
	Tipus 2			
	Tipus 3			
	Tipus 4			

Observació: Podeu escollir les distàncies entre traus (quadrícula) que desitgeu, però és important que les distàncies horitzontals i verticals entre traus no siguin iguals.

Per facilitar la feina pensarem a partir d'ara que la distància entre els forats de dreta i esquerra és de dos costats de quadrat de la vostra quadrícula i la distància vertical és d'un costat de quadrat.

►Utilitzant una graella i tenint en compte la inclinació situeu un al costat de l'altre tots els trossos del cordat americà obtenint així una línia poligonal oberta.

A continuació començant en el mateix lloc on heu començat el cordat americà col·loqueu els trossos de l'europeu formant una línia poligonal que s' acosti el millor possible a la línia de l'americà i acabi al mateix lloc que aquest. Per finalitzar feu el mateix amb el de sabateria, obtenint així 3 línies poligonals que comencen i acaben en el mateix lloc.

Quines de les línies poligonals és més curta?

►En una altra graella repetiu el procediment només amb l'europeu i el de sabateria, per facilitar la feina comenceu col·locant al principi els trossos que tenen en comú.

Quin dels dos cordats és més petit?

Observant els resultats obtinguts, feu una ordenació argumentada, de menor a major dels 3 cordats segons la mesura necessària.

Amb l'ajuda del teorema de Pitàgores podem trobar la longitud exacta del cordó necessari en cadascun del tipus de cordat (no mesurem el tros que sobra).

►Calculeu el cordó necessari en els tres tipus de cordat tradicionals en el cas n=6, d=1, g=2.

►Fixarem ara el número de traus, pensarem que n=4 i variarem d i g . Els valors que pot prendre d són 1, 2, 3 i els de g són 1, 2. Repartiu-vos les 18 possibilitats i calculeu el cordó necessari en cada cas. Es compleix el que havíeu demostrar geomètricament per n=6?

Hem fet una demostració geomètrica per n=6 i una analítica per n=4, generalitzar la demostració analíticament no és fàcil, però si que ho és geomètricament. Per fer-ho només cal mirar quins trossos apareixen en afegir traus i mirar si aquests segueixen complint el que heu demostrat. Algú s'engresca a fer-ho?