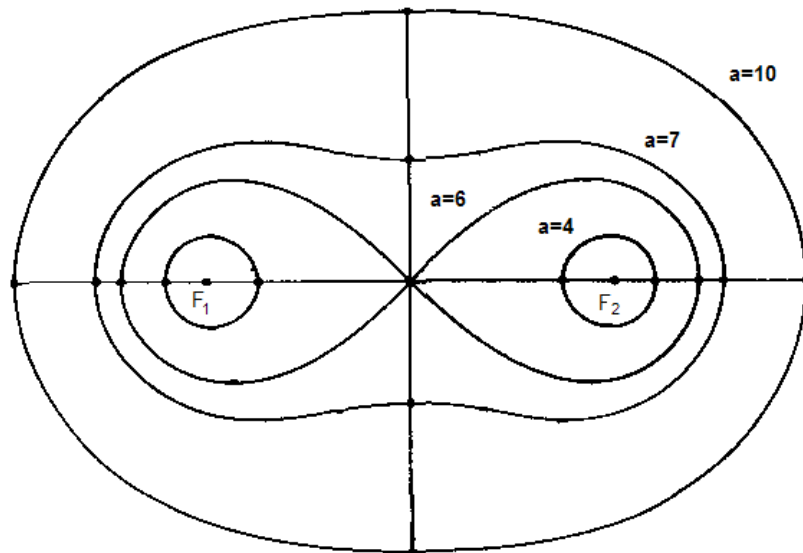


ELS OVALS DE CASSINI AL PATI

DESCRIPCIÓ DEL MATERIAL: Dues cintes mètriques llargues, guixos i alguna calculadora.

IMATGE:



En tots els casos $e=6$

CONTINGUTS: Donats dos punts F_1 i F_2 , separats per una distància $2e$, els ovals de Cassini es defineixen com els llocs geomètrics de tots els punts P del pla per als quals el producte de les distàncies $|PF_1|$ i $|PF_2|$ té un valor constant a^2 . Segons els valors e i a podrem observar els casos següents (representats en la imatge):

- Si $e\sqrt{2} < a$, la corba obtinguda sembla una el·lipse. En el dibuix es representa per a $a = 10$.
- Si $e < a < e\sqrt{2}$, la corba obtinguda és un oval escanyat pel centre. En el dibuix es representa per a $a = 7$.
- Si $a = e$, la corba obtinguda és la *lemniscata de Bernoulli* (Jakob Bernoulli, 1694). En el dibuix es representa per a $a = 6$.
- Si $a < e$, la corba obtinguda està formada per dos ovals separats. En el dibuix es representa per a $a = 4$.

Dit d'una altra manera, si anomenem d a la distància entre F_1 i F_2 i p al producte de les distàncies $|PF_1|$ i $|PF_2|$, tindrem:

- Si $\frac{d^2}{2} < p$, la corba obtinguda sembla una el·lipse.

- Si $\frac{d^2}{4} < p < \frac{d^2}{2}$, la corba obtinguda és un oval escanyat pel centre.
- Si $\frac{d^2}{4} = p$, la corba obtinguda és la *lemniscata de Bernoulli* (Jakob Bernoulli, 1694).
- Si $p < \frac{d^2}{4}$, la corba obtinguda està formada per dos ovals separats.

Amb aquesta activitat es treballen diversos continguts curriculars en el camp de la geometria analítica del pla.

PROPOSTA D'APLICACIÓ DIDÀCTICA: En el pati es fixen dos punts (F_1 i F_2) distants, per exemple 12 m ($d=12$, $e=6$), en cada punt s'hi situa un/a alumne/a. Fixem també un valor per al producte de les distàncies (millor que sigui un quadrat perfecte), per exemple, 49 ($p=49$, $a=7$). Cadascun/a d'aquests alumnes agafa l'extrem d'una llarga cinta mètrica. Dos o tres alumnes van movent les dues cintes mètriques fins a anar localitzant punts del pati que el producte de les seves distàncies a F_1 i a F_2 sigui 49. Per a cada punt que troben posen un senyal en guix al terra o s'hi posa un alumne/a. Al final fem una idea conjunta del perfil que ens dona. Mantenint el mateix valor de la distància entre F_1 i F_2 es pot repetir l'activitat per a diversos valors del producte: $p=100$ ($a=10$), $p=36$ ($a=6$), $p=16$ ($a=4$)...

CONNEXIONS: Educació visual i plàstica, tecnologia. El treball cooperatiu que aquesta activitat implica fomenta la col·laboració i relació del grup.

ALTRES COMENTARIS: Inicialment cal explicar molt bé als alumnes i a les alumnes el que farem per tal siguin ells/es els/les que portin l'activitat. Després de l'explicació la intervenció del professorat cada cop ha de ser més discreta. No convé fer-ho amb grups massa nombrosos. En acabar és important donar temps a la contemplació de la figura que ha sortit. Pot ser interessant veure-ho des de la finestra d'una de les classes dels pisos més elevats del centre.

Serà molt bonic complementar aquesta activitat tallant un donut en diferents seccions per tal d'anar obtenint els diferents casos. El professorat pot disposar d'un tor seccionat fet de plastilina o de ceràmica per mostrar-ho millor. No s'observa cap risc especial.

Aquest element pertany a una Llicència d'Estudis realitzada pel Departament d'Ensenyament durant el curs 2005-2006, titulada *Recursos materials i activitats experimentals en l'educació matemàtica a secundària*.